

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
3. kolokvij

4. lipnja 2016.  
**1. dio, grupa A**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a)  $2xy' + 3y^2 = 5$ ,   b)  $\sqrt{x}y' + 2xy = \sin x$ ,

c)  $3y \ln x + \sqrt{x} \ln y' = 0$ ,   d)  $y + y'x^4 = 0$ .

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru  $(2x + 3x^2)y' + (2 + 6x)y = \sin(2x)$ . (1 bod)

2. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.  
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda  
 $(2x + 3x^2)y' + (2 + 6x)y = \sin(2x)$ ,  $y(\frac{\pi}{4}) = 0$ . (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje  $y$ ,  $y'$ ,  $y''$ ,  $\omega^2$ ,  $A$  te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

3. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:  
 $y'' + y' - 6y = 0$ ,  $y'' - 10y' + 25y = 0$ ,  $y'' - 4y' + 20y = 0$ . (1 bod)

4. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , gdje je  $f$  neka pozitivna funkcija i  $D$  područje u  $xy$  ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je  $f(x, y) = 4xy$  i  $D$  zadano s  $2 \leq x \leq 3$ ,  $1 \leq y \leq 4$ . Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je  $f$  funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište  $(x_T, y_T)$  za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

5. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine  $D$  zadan u polarnim koordinatama s  $\frac{5\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{4}$ ,  $2 \leq r \leq 6$ . (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte  $\iint_D f dx dy$  po području  $D$  iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
3. kolokvij

4. lipnja 2016.  
**1. dio, grupa B**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine  $D$  zadan u polarnim koordinatama s  $\frac{2\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{7\pi}{6}$ ,  $3 \leq r \leq 5$ . (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte  $\iint_D f dx dy$  po području  $D$  iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)



2. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:  
 $y'' - 6y' + 13y = 0$ ,  $y'' + y' - 12y = 0$ ,  $y'' + 6y' + 9y = 0$ . (1 bod)

3. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , gdje je  $f$  neka pozitivna funkcija i  $D$  područje u  $xy$  ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je  $f(x, y) = 2xy$  i  $D$  zadano s  $2 \leq x \leq 4$ ,  $2 \leq y \leq 6$ . Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je  $f$  funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište  $(x_T, y_T)$  za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

4. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a)  $y + y'x^3 = 0$ ,   b)  $2y \ln x + \sqrt{x} \ln y' = 0$ ,

c)  $3xy' + 4y^2 = 2$ ,   d)  $\sqrt{xy'} + 4xy = \tan x$ .

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru  $(3x + 2x^2)y' + (3 + 4x)y = \sin(3x)$ . (1 bod)

5. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.  
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda  
 $(3x + 2x^2)y' + (3 + 4x)y = \sin(3x)$ ,  $y(\frac{\pi}{6}) = 0$ . (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje  $y, y', y'', \omega^2, A$  te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)

Fakultet kemijskog inženjerstva i tehnologije  
Zavod za matematiku

---

MATEMATIKA 2  
3. kolokvij

4. lipnja 2016.  
**1. dio, grupa C**

Ime i prezime:

Smjer:

Matični broj:

**Napomena:**

Kolokvij se sastoji od dva dijela koja se pišu po 55 minuta. Od pomagala su dopušteni šestar, kutomjer i ravnalo. Strogo će se sankcionirati svaka uporaba mobilnih uređaja tijekom ispita.

1	2	3	4	5	ukupno

1. (i) Predočite geometrijski i navedite značenje  $\iint_D f(x, y) dx dy$ , gdje je  $f$  neka pozitivna funkcija i  $D$  područje u  $xy$  ravnini. (1 bod)

(ii) Izračunajte integral iz (i) ako je  $f(x, y) = 3xy$  i  $D$  zadano s  $1 \leq x \leq 3$ ,  $1 \leq y \leq 5$ . Slika! Objasnite značenje tog integrala ako je  $f$  funkcija gustoće mase. Opišite riječima razdiobu mase. (1 bod)

(iii) Izračunajte težište  $(x_T, y_T)$  za funkciju gustoće mase iz (ii). (1 bod)

2. (i) Napišite opću linearnu diferencijalnu jednadžbu prvog reda. Objasnite podjelu na homogene i nehomogene. (1 bod)

- (ii) Izdvojite linearne jednadžbe od nelinearnih, a među linearnima izdvojite homogene od nehomogenih. Objasnite! (1 bod)

a)  $\sqrt{x}y' + 3xy = \cos x$ ,   b)  $y + y'x^2 = 0$ ,

c)  $y \cos x + y'x^2 = 4$ ,   d)  $4xy' + 2y^2 = 1$ .

- (iii) Kako se rješava nehomogena linearna diferencijalna jednadžba 1. reda? Objasnite i na primjeru  $(4x + 3x^2)y' + (4 + 6x)y = \sin(4x)$ . (1 bod)

3. (i) Zapišite i pojasnite Cauchyev problem prvog i drugog reda.  
(1 bod)

- (ii) Riješite Cauchyev problem prvog reda  
 $(4x + 3x^2)y' + (4 + 6x)y = \sin(4x)$ ,  $y(\frac{\pi}{8}) = 0$ . (1 bod)

- (iii) U Cauchyevom problemu titranja

$$y'' + \omega^2 y = 0, \quad y(0) = A, \quad y'(0) = 0$$

objasnite značenje  $y$ ,  $y'$ ,  $y''$ ,  $\omega^2$ ,  $A$  te početnih uvjeta. Napišite rješenje i komentirajte. (1 bod)



4. (i) Napišite i geometrijski predočite vezu između pravokutnih i polarnih koordinata. (1 bod)

(ii) Predočite geometrijski dio ravnine  $D$  zadan u polarnim koordinatama s  $\frac{5\pi}{6} \leq \varphi \leq \frac{4\pi}{3}$ ,  $4 \leq r \leq 6$ . (1 bod)

(iii) Pomoću polarnih koordinata izračunajte  $\iint_D f dx dy$  po području  $D$  iz (ii) i objasnite značenje. (1 bod)

5. (i) Zapišite precizno linearnu diferencijalnu jednadžbu 2. reda s konstantnim koeficijentima. (1 bod)

(ii) Opišite kako se dobije opće rješenje homogene diferencijalne jednadžbe iz (i). (1 bod)

(iii) Riješite diferencijalne jednadžbe:  
 $y'' + 8y' + 16y = 0$ ,  $y'' - 8y' + 25y = 0$ ,  $y'' - 3y' - 10y = 0$ . (1 bod)